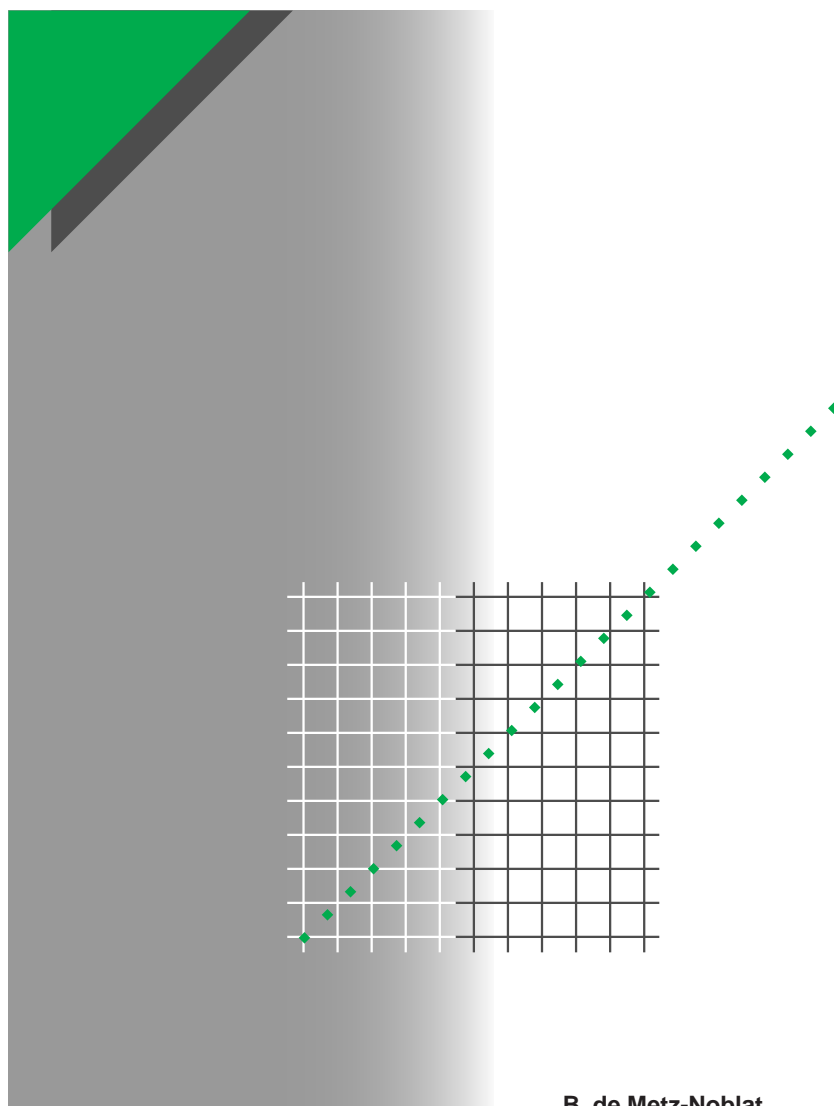


Cahier technique n° 18

Analyse des réseaux triphasés en régime perturbé à l'aide des composantes symétriques



B. de Metz-Noblat

Les Cahiers Techniques constituent une collection d'une centaine de titres édités à l'intention des ingénieurs et techniciens qui recherchent une information plus approfondie, complémentaire à celle des guides, catalogues et notices techniques.

Les Cahiers Techniques apportent des connaissances sur les nouvelles techniques et technologies électrotechniques et électroniques. Ils permettent également de mieux comprendre les phénomènes rencontrés dans les installations, les systèmes et les équipements.

Chaque Cahier Technique traite en profondeur un thème précis dans les domaines des réseaux électriques, protections, contrôle-commande et des automatismes industriels.

Les derniers ouvrages parus peuvent être téléchargés sur Internet à partir du site Schneider Electric.

Code : <http://www.schneider-electric.com>

Rubrique : **Presse**

Pour obtenir un Cahier Technique ou la liste des titres disponibles contactez votre agent Schneider Electric.

La collection des Cahiers Techniques s'insère dans la « Collection Technique » de Schneider Electric.

Avertissement

L'auteur dégage toute responsabilité consécutive à l'utilisation incorrecte des informations et schémas reproduits dans le présent ouvrage, et ne saurait être tenu responsable ni d'éventuelles erreurs ou omissions, ni de conséquences liées à la mise en œuvre des informations et schémas contenus dans cet ouvrage.

La reproduction de tout ou partie d'un Cahier Technique est autorisée avec la mention obligatoire :

« Extrait du Cahier Technique Schneider Electric n° (à préciser) ».

n° 18

Analyse des réseaux triphasés en régime perturbé à l'aide des composantes symétriques



Benoît de METZ-NOBLAT

Ingénieur ESE, il a travaillé dans le Groupe Saint-Gobain puis est entré chez Merlin Gerin en 1986. Actuellement rattaché au service « Technique & Innovation », il est dans le groupe de compétences « Réseaux Electriques » où sont menés des calculs et des études sur les phénomènes électriques concernant le fonctionnement des réseaux et leur interaction avec les matériels et équipements.

Analyse des réseaux triphasés en régime perturbé à l'aide des composantes symétriques

Le dimensionnement d'une installation et des matériels à mettre en œuvre, le réglage des protections, ainsi que l'analyse de phénomènes électriques, nécessitent souvent des calculs de courants et de tensions dans des réseaux.

Le développement de ce « Cahier Technique » a pour but de présenter ou rappeler une méthode simple de calcul de tous ces paramètres dans des réseaux triphasés en régime perturbé à l'aide de la méthode des composantes symétriques, et de donner des exemples concrets d'application.

Sommaire

1 Présentation		p. 4
2 Rappel mathématique sur les vecteurs	2.1 Représentation vectorielle d'un phénomène physique	p. 5
	2.2 Définition de base	p. 5
	2.3 Représentation vectorielle	p. 6
	2.4 Composantes symétriques	p. 7
	2.5 Décomposition d'un système triphasé en ses composantes symétriques	p. 8
	2.6 Calcul mathématique des composantes symétriques	p. 9
	2.7 Conclusion : application à l'électrotechnique	p. 10
3 Applications élémentaires	3.1 Méthode de calcul des régimes déséquilibrés	p. 11
	3.2 Défaut phase-terre (dit défaut homopolaire)	p. 12
	3.3 Défaut biphasé terre	p. 13
	3.4 Défaut triphasé	p. 14
	3.5 Réseau à charge déséquilibrée	p. 15
	3.6 Réseau avec ouverture d'une phase	p. 16
	3.7 Impédances associées aux composantes symétriques	p. 17
	3.8 Formulaire récapitulatif	p. 19
4 Exemples chiffrés	4.1 Pouvoir de coupure d'un disjoncteur en tête d'alimentation	p. 20
	4.2 Pouvoir de coupure de disjoncteurs aux extrémités d'une ligne	p. 21
	4.3 Réglage de protections homopolaires dans un réseau M.T. à neutre à la terre	p. 24
	4.4 Réglage de protection à courant inverse dans une installation électrique	p. 26
	4.5 Mesure des composantes symétriques d'un système de tensions et de courants	p. 27
Annexe		p. 29

1 Présentation

En fonctionnement normal équilibré symétrique, l'étude des réseaux triphasés peut se ramener à l'étude d'un réseau monophasé équivalent de tensions égales aux tensions simples du réseau, de courants égaux à ceux du réseau et d'impédances égales à celles du réseau appelées impédances **cycliques**.

Le fonctionnement dissymétrique d'un réseau peut apparaître lors du déséquilibre du système de tensions ou d'impédances des éléments électriques (suite à un défaut ou par construction).

Quand la dissymétrie est significative, la simplification n'est plus possible car on ne peut établir les relations dans les différents

conducteurs à l'aide d'une impédance cyclique par élément de réseau.

La méthode générale faisant appel aux lois d'Ohm et de Kirchhoff est possible mais complexe et lourde.

La méthode dite des « composantes symétriques », décrite dans ce document simplifie les calculs et permet une résolution beaucoup plus facile en se ramenant à la superposition de trois réseaux monophasés indépendants.

Après un rappel de notions vectorielles, cette méthode est développée à partir d'applications élémentaires sur différents types de court-circuit, suivis d'exemples chiffrés de cas réels.

2 Rappel mathématique sur les vecteurs

2.1 Représentation vectorielle d'un phénomène physique

Un phénomène physique vibratoire est sinusoïdal quand l'élongation d'un point vibrant est une fonction sinusoïdale du temps :

$$x = a \cos(\omega t + \varphi).$$

L'application à l'électrotechnique, dans laquelle tensions et courants sont des phénomènes sinusoïdaux, est bien connue.

■ Considérons un vecteur \vec{OM} de module a , tournant dans le plan (\vec{Ox}, \vec{Oy}) autour de son origine O avec une vitesse angulaire constante ω (cf. **fig. 1**).

Si à l'instant initial $t = 0$, l'angle (\vec{Ox}, \vec{OM}) a la valeur φ , à l'instant t il aura la valeur $(\omega t + \varphi)$.
 Projétons le vecteur courant \vec{OM} sur l'axe \vec{Ox} .

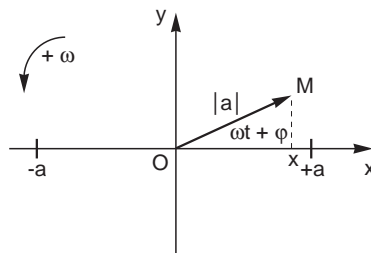


Fig. 1

La valeur algébrique de sa projection est, à l'instant t : $x = a \cos(\omega t + \varphi)$. Ainsi :

□ le mouvement de la projection de l'extrémité du vecteur tournant sur l'axe \vec{Ox} est un mouvement sinusoïdal d'amplitude a égale au module de ce vecteur,

□ la pulsation ω du mouvement sinusoïdal est égale à la vitesse angulaire du vecteur tournant,

□ la phase initiale φ est égale à l'angle que fait le vecteur tournant avec l'axe \vec{Ox} à l'instant initial $t = 0$.

■ Réciproquement on peut faire correspondre un vecteur tournant à toute fonction sinusoïdale $x = a \cos(\omega t + \varphi)$.

Par convention on représente la fonction x par le vecteur \vec{OM} dans la position qu'il occupe à l'instant initial $t = 0$; le module du vecteur représente l'amplitude a de la fonction sinusoïdale et l'angle (\vec{Ox}, \vec{OM}) représente sa phase initiale.

■ Donc l'étude d'un phénomène physique sinusoïdal peut se ramener à l'étude du vecteur qui lui correspond. Ceci est intéressant car la manipulation mathématique sur les vecteurs est assez aisée.

Cela s'applique en particulier au domaine des phénomènes électriques triphasés dans lesquels tensions et courants sont représentés par des vecteurs tournants.

2.2 Définition de base

■ soit un phénomène électrique vibratoire sinusoïdal représenté par un vecteur tournant \vec{V} (cf. **fig. 2**).

On se donne a priori dans le plan :

■ Un axe de référence \vec{Ox} de vecteur unitaire \vec{x} :
 $|\vec{x}| = 1$.

■ Un sens de rotation conventionnellement défini comme positif dans le sens anti-horaire \curvearrowright .

■ Le vecteur \vec{V} dont on ramène l'origine en O est essentiellement caractérisé par :

- une amplitude \vec{V} : à un instant donné, la longueur du vecteur est égale numériquement au module de la grandeur du phénomène,
- une phase φ : c'est à un instant donné, l'angle (\vec{Ox}, \vec{V}) , que fait \vec{V} avec l'axe de référence \vec{Ox} , compte tenu du sens de rotation adopté,
- une pulsation : c'est la vitesse constante de rotation du vecteur en radians par seconde.

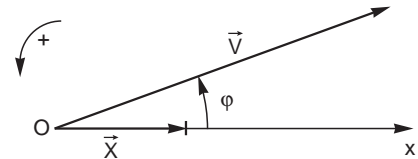


Fig. 2

On l'exprime très fréquemment en tours par secondes, il s'agit alors de la fréquence du phénomène donnée en Hz ($1 \text{ Hz} = 2\pi \text{ rd/s}$).

■ Un système triphasé est un ensemble de 3 vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$, de même origine, de même pulsation et ayant chacun une amplitude constante.

■ Un système électrique est linéaire quand il y a proportionnalité des relations de causes à effets.

2.3 Représentation vectorielle

Le vecteur \vec{V} est représenté classiquement dans un système d'axes de coordonnées rectangulaires (cf. **fig. 3**).

$$\vec{V} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OX} \vec{x} + \overrightarrow{OY} \vec{y}$$

■ Opérateur « j »

Pour faciliter les opérations sur les vecteurs, \vec{V} peut être représenté de façon équivalente par un nombre complexe en utilisant l'opérateur « j ».

« j » est un opérateur vectoriel qui consiste à faire tourner de $+\pi/2$ le vecteur auquel l'opération est appliquée, donc $j \vec{x} = \vec{y}$.

On voit alors que :

$$j^2 = -1 \text{ (rotation de } 2 \frac{\pi}{2} = \pi)$$

$$j^3 = -j \text{ (rotation de } 3 \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2})$$

$$j^4 = +1 \text{ (rotation de } 4 \frac{\pi}{2} = 2\pi)$$

d'où :

$$\vec{V} = \overrightarrow{OX} \vec{x} + \overrightarrow{OY} j \vec{x} = \vec{x} (\overrightarrow{OX} + j \overrightarrow{OY})$$

■ Opérateur « a »

« a » est un opérateur vectoriel qui consiste à faire tourner de $+2\pi/3$ le vecteur auquel l'opération est appliquée (cf. **fig. 4**).

On voit alors que :

□ a^2 fait tourner un vecteur de :

$$2 \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ (équivalent à } -\frac{2\pi}{3})$$

□ a^3 fait tourner un vecteur de :

$$3 \frac{2\pi}{3} = 2\pi \text{ (équivalent à } 0)$$

$$a = -0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = -0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

d'où

$$a^0 = a^3 = a^6 \dots = 1$$

$$a = a^4 = a^7 \dots \quad a^2 = a^5 = a^8 \dots$$

$$a - a^2 = j\sqrt{3} \quad \text{et} \quad 1 + a + a^2 = 0$$

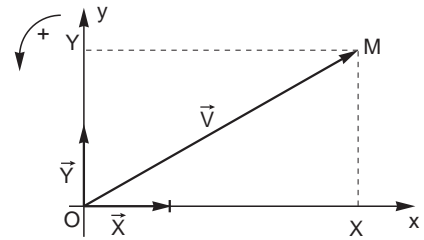


Fig. 3

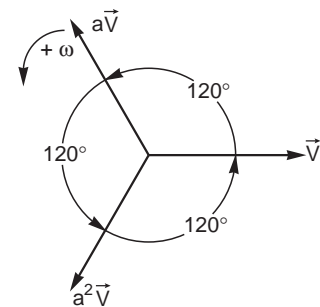


Fig. 4

Cette dernière relation se vérifie graphiquement en constatant sur la figure que la somme des vecteurs représentés est nulle :

$$\vec{V} + a\vec{V} + a^2\vec{V} = 0$$

$$\text{d'où } \vec{V}(1 + a + a^2) = 0$$

$$\text{donc } 1 + a + a^2 = 0$$

2.4 Composantes symétriques

Soit un ensemble de trois vecteurs triphasés sinusoïdaux tournant à la même vitesse. Ils sont donc fixes les uns par rapport aux autres.

Il existe trois dispositions particulières présentant une symétrie des vecteurs entre eux et pour cela qualifiées de « composantes symétriques » :

■ le « système direct » encore appelé par les anglo-saxons « séquence positive » (cf. **fig. 5**), dans lequel $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$

- ont même amplitude,
- sont décalés de 120° ,
- sont disposés de telle façon qu'un observateur au repos voit défiler les vecteurs dans l'ordre $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$;

\vec{V}_1

$$\vec{V}_2 = a^2 \vec{V}_1 = a \vec{V}_3$$

$$\vec{V}_3 = a \vec{V}_1$$

■ le « système inverse » encore appelé par les anglo-saxons « séquence négative » (cf. **fig. 6**), dans lequel $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$

- ont même amplitude,
- sont décalés de 120° ,

□ sont disposés de telle façon qu'un observateur au repos voit défiler les vecteurs dans l'ordre

$\vec{V}_1, \vec{V}_3, \vec{V}_2$;

\vec{V}_1

$$\vec{V}_2 = a \vec{V}_1$$

$$\vec{V}_3 = a^2 \vec{V}_1 = a \vec{V}_2$$

■ le « système homopolaire » encore appelé par les anglo-saxons « séquence nulle » (cf. **fig. 7**), dans lequel $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$

- ont même amplitude,
- sont en phase et donc colinéaires, ainsi un observateur au repos peut les voir passer en même temps.

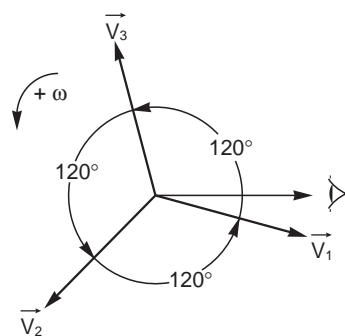


Fig. 5

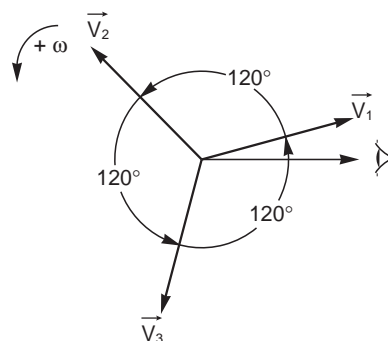


Fig. 6

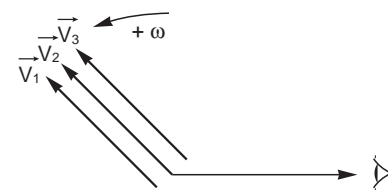


Fig. 7

2.5 Décomposition d'un système triphasé en ses composantes symétriques

Soit un système triphasé quelconque formé de trois vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$ (cf. définitions de base) ; on montre que ce système est la somme de 3 systèmes triphasés équilibrés : direct, inverse et homopolaire.

- système direct : $\vec{V}_{d1}, \vec{V}_{d2}, \vec{V}_{d3}$
- système inverse : $\vec{V}_{i1}, \vec{V}_{i2}, \vec{V}_{i3}$
- système homopolaire : $\vec{V}_{o1}, \vec{V}_{o2}, \vec{V}_{o3}$

On aura :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{d1} + \vec{V}_{i1} + \vec{V}_{o1}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{d2} + \vec{V}_{i2} + \vec{V}_{o2}$$

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_{d3} + \vec{V}_{i3} + \vec{V}_{o3}$$

Si on choisit les vecteurs indicés 1 comme vecteurs d'origine, et que l'on fait intervenir l'opérateur « a » on trouve les équations

suivantes :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_d + \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

$$\vec{V}_2 = a^2 \vec{V}_d + a \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

$$\vec{V}_3 = a \vec{V}_d + a^2 \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

On peut calculer les composantes symétriques :

$$\vec{V}_d = \frac{1}{3}(\vec{V}_1 + a \vec{V}_2 + a^2 \vec{V}_3)$$

$$\vec{V}_i = \frac{1}{3}(\vec{V}_1 + a^2 \vec{V}_2 + a \vec{V}_3)$$

$$\vec{V}_o = \frac{1}{3}(\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3)$$

Leur construction géométrique est aisée en tenant compte de la signification de l'opérateur « a » (rotation de $2\pi/3$) (cf. **fig. 8**).

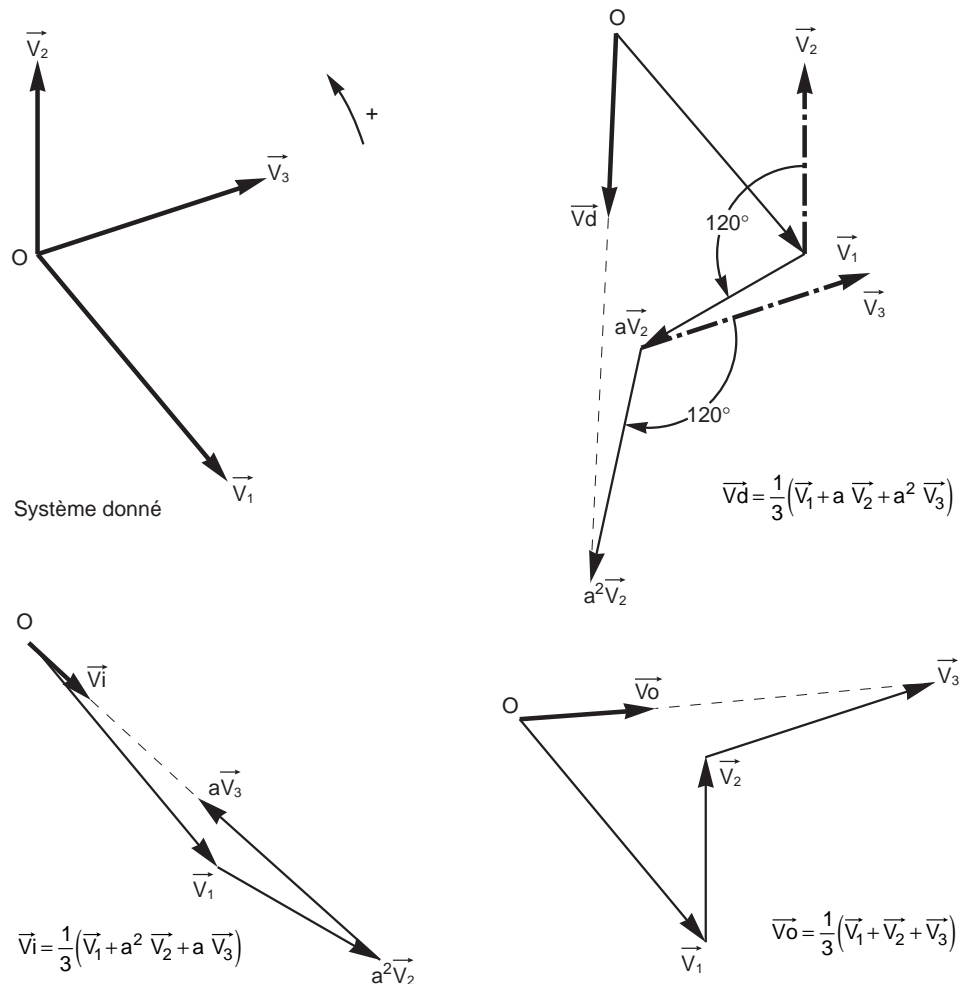


Fig. 8 : construction géométrique des composantes symétriques avec l'opérateur « a ».

De façon plus pratique on peut construire les composantes symétriques directement sur la figure sans avoir à faire des reports de vecteurs (cf. **fig. 9**).

En effet, soient les points D et E tels que BDCE soit un losange composé de deux triangles

équilatéraux BDC et BCE, et avec O' le barycentre du triangle ABC ; un simple calcul (§ suivant) montre que :

$$\vec{V}_d = \frac{\vec{EA}}{3} \quad \vec{V}_i = \frac{\vec{DA}}{3} \quad \vec{V}_o = \vec{OO'}$$

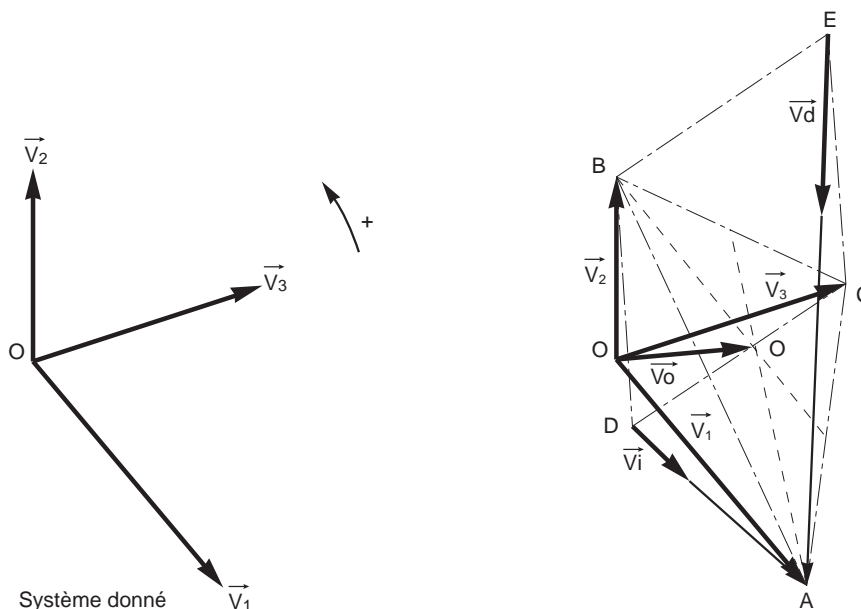


Fig. 9 : construction géométrique des composantes symétriques sur le système triphasé.

2.6 Calcul mathématique des composantes symétriques

Soit les points D et E tels que (BDCE) soit un losange composé de deux triangles équilatéraux (BDC) et (BCE).

$\vec{EA} = \vec{EB} + \vec{BA}$, or $\vec{EB} = a^2 \vec{BC}$ d'où

$$\begin{aligned} \vec{EA} &= a^2 \vec{BC} + \vec{BA} \\ &= a^2 \vec{BO} + a^2 \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{OA} \\ &= \vec{OA} + \vec{OB}(-a^2 - 1) + a^2 \vec{OC} \\ &= \vec{OA} + a \vec{OB} + a^2 \vec{OC} \\ &= \vec{V}_1 + a \vec{V}_2 + a^2 \vec{V}_3 = 3\vec{V}_d \end{aligned}$$

$$\vec{V}_d = \frac{\vec{EA}}{3}$$

$\vec{DA} = \vec{DB} + \vec{BA}$, or $\vec{DB} = a \vec{BC}$ d'où

$$\begin{aligned} \vec{DA} &= a \vec{BC} + \vec{BA} \\ &= a \vec{BO} + a \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{OA} \\ &= \vec{OA} + \vec{OB}(-a - 1) + a \vec{OC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{DA} &= \vec{OA} + a^2 \vec{OB} + a \vec{OC} \\ &= \vec{V}_1 + a^2 \vec{V}_2 + a \vec{V}_3 = 3\vec{V}_i \end{aligned}$$

$$\vec{V}_i = \frac{\vec{DA}}{3}$$

Soit O' le barycentre du triangle ABC, alors

$$\begin{aligned} \vec{O'A} + \vec{O'B} + \vec{O'C} &= 0 \\ \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 &= 3\vec{V}_o \\ &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ &= \vec{OO'} + \vec{O'A} + \vec{OO'} + \vec{O'B} + \vec{OO'} + \vec{O'C} \\ &= 3 \vec{OO'} + \vec{O'A} + \vec{O'B} + \vec{O'C} \\ &= 3 \vec{OO'} \end{aligned}$$

$$\vec{V}_o = \vec{OO'}$$

2.7 Conclusion : application à l'électrotechnique

L'intérêt de la méthode exposée au paragraphe précédent est immédiat en électricité dans le cas de réseaux triphasés linéaires et à fréquence unique.

En effet, les systèmes triphasés appliqués aux réseaux électriques peuvent être déséquilibrés par des dissymétries de charges ou de défauts.

Aussi, la simplicité offerte par des calculs se ramenant à la **superposition** de trois systèmes **indépendants**, qui se traitent séparément en les ramenant chacun au cas simple monophasé, est-elle pratique et efficace.

Notons que ces manipulations mathématiques correspondent bien, en fait, à une réalité physique des phénomènes : les impédances symétriques des matériels électriques peuvent se mesurer (cf. chapitre 3) ainsi que les composantes symétriques d'un système de tensions ou de courants (cf. chapitre 4, exemple n° 4).

A titre d'illustration, la **figure 10** montre la méthode de mesure de l'impédance homopolaire d'un élément électrique. Les trois bornes d'entrée sont réunies ainsi que les trois bornes de sortie, l'ensemble est alimenté sous la tension simple E et un courant I_0 circule dans chaque phase ; l'impédance homopolaire est alors définie par $Z_0 = V / I_0$.

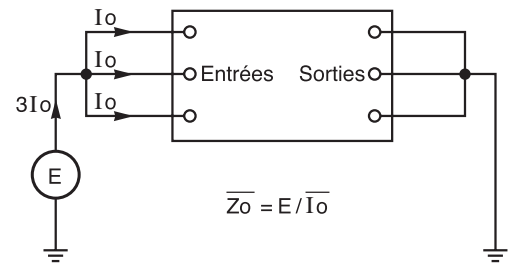


Fig. 10 : principe de la mesure de l'impédance homopolaire d'entrée d'un élément électrique.

Remarques

- Dans la suite du texte, les vecteurs tension et courant sont notés, par simplification, sans flèche.
- Les composantes symétriques des tensions et courants choisies pour représenter simplement le système sont celles de la phase 1 :
 $V_i = V_d + V_i + V_o$
- A tout vecteur homopolaire G_0 correspond le vecteur résiduel $G_{\text{résiduel}} = 3 \times G_0$.

3 Applications élémentaires

3.1 Méthode de calcul des régimes déséquilibrés

Principe de superposition

Nous allons examiner le comportement d'un réseau triphasé linéaire et symétrique, c'est-à-dire composé d'impédances constantes et identiques pour les 3 phases (c'est le cas en pratique) ne comportant que des forces électromotrices équilibrées mais dont les courants et tensions peuvent se trouver déséquilibrés du fait de la connexion à une zone dissymétrique D.

Les forces électromotrices (f.e.m.) constituent par nature des systèmes directs, les f.e.m. des systèmes inverses et homopolaires étant nulles. Le fonctionnement du réseau est interprété en considérant la **superposition** de trois régimes correspondant chacun à l'un des systèmes direct, inverse et homopolaire.

En effet dans ce réseau linéaire et symétrique, les courants de chaque système sont liés uniquement aux tensions du même système, et réciproquement, par l'intermédiaire des impédances du système considéré. Notons que ces impédances Z_d , Z_i et Z_o sont fonction des impédances réelles, notamment des inductances mutuelles.

Pour un réseau comportant une seule f.e.m., les composantes symétriques de tension et de courant étant respectivement V_d , V_i , V_o , I_d , I_i , I_o , à l'endroit D de la dissymétrie, les relations définissant les 3 régimes sont :

$$E = V_d + Z_d \times I_d$$

$$0 = V_i + Z_i \times I_i$$

$$0 = V_o + Z_o \times I_o.$$

Elles sont schématisées par la **figure 11**.

Pour les réseaux comportant plusieurs sources, ces équations restent valables à condition de considérer E et Z_d , Z_i , Z_o , respectivement comme la f.e.m. et comme les impédances internes du générateur équivalent de Thévenin.

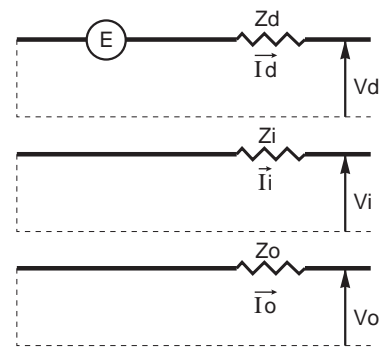


Fig. 11

Méthode de résolution pratique

La méthode résumée ci-dessous est développée en détail dans l'exemple du paragraphe suivant (défaut monophasé terre).

- Le réseau est divisé en 2 zones :
 - une zone dissymétrique D (réseau déséquilibré),
 - une zone symétrique S (réseau équilibré).
- On écrit les équations liant courants et tensions :
 - dans la zone D (composantes réelles),
 - dans la zone S (composantes symétriques),
 - continuité à la frontière D-S,
 - fonctionnement dans la zone S.

■ La résolution mathématique des équations permet de calculer les valeurs des composantes symétriques et des composantes réelles des courants et tensions des zones D et S.

Il est à noter que les schémas représentatifs des systèmes symétriques offrent la possibilité de calculer directement les valeurs des composantes symétriques (cf. fig. 11).

3.2 Défaut phase-terre (dit défaut homopolaire)

Le circuit est supposé non chargé.

Écriture des équations

- Isolement de la zone dissymétrique (cf. **fig. 12**)
- Equations des composantes réelles dans (D)

$$\begin{cases} I_2 = I_3 = 0 \\ V_1 = Z \times I_1 \end{cases}$$

Ces équations décrivent le cas examiné. Ce sont les seules qui soient propres à ce cas de figure.

- Equations des composantes symétriques dans (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o \end{cases}$$

Ces équations lient respectivement les courants réels et les tensions réelles à leurs composantes symétriques. On les retrouvera à l'identique dans tous les calculs de régimes déséquilibrés. Elles résultent des définitions précédentes (cf. chap. 2).

- Continuité à la frontière D-S

En combinant entre elles les équations des composantes réelles dans (D) et les équations des composantes symétriques dans (S) on obtient :

$$\begin{cases} a^2 I_d + a I_i + I_o = 0 \\ a I_d + a^2 I_i + I_o = 0 \\ V_d + V_i + V_o = Z \times I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_d = I_i = I_o = \frac{I_1}{3} \\ V_d + V_i + V_o = 3Z \times I_o \end{cases}$$

- Equations de fonctionnement de S

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \times I_d \\ 0 = V_i + Z_i \times I_i \\ 0 = V_o + Z_o \times I_o \end{cases}$$

Ces trois équations se retrouveront systématiquement dans tous les calculs de régimes déséquilibrés ne comportant qu'une seule source de tension.

Résolution des équations

- Valeurs des composantes symétriques des courants et des tensions

$$E + 0 + 0 = V_d + V_i + V_o + Z_d \times I_d + Z_i \times I_i + Z_o \times I_o \\ = 3Z \times I_o + (Z_d + Z_i + Z_o) I_o$$

soit :

$$I_o = I_d = I_i = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

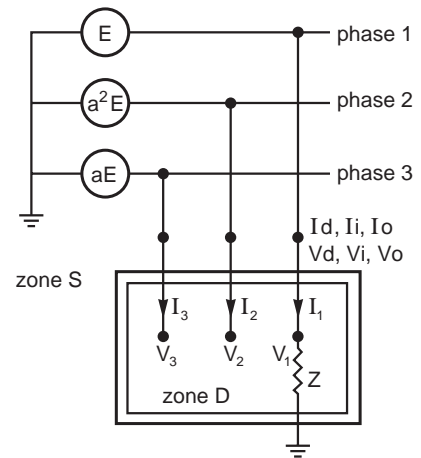


Fig. 12

$$V_d = E - Z_d \times I_d = E - Z_d \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_d = E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_i = -Z_i \times I_i$$

$$V_i = -Z_i \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_o = -Z_o \times I_o$$

$$V_o = -Z_o \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

- Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. **fig. 13**)

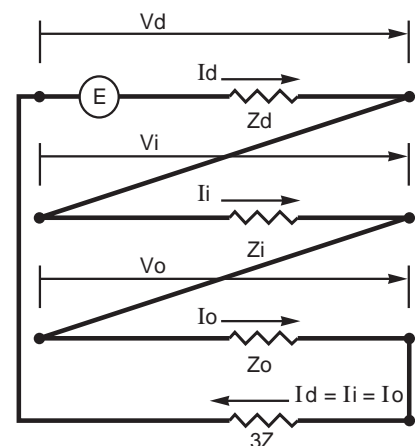


Fig. 13

■ Valeurs des tensions et des courants réels

$$I_1 = I_d + I_i + I_o$$

$$I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = 0$$

$$V_1 = Z \times I_1$$

$$V_1 = 3Z \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o$$

$$= E \frac{Z_i (a^2 - a) + Z_o (a^2 - 1) + 3a^2 Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_2 = a^2 E \left(1 - \frac{Z_d + a^2 Z_i + a Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \right) = a^2 E k_1$$

$$\text{avec } k_1 = 1 - \frac{Z_d + a^2 Z_i + a Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o$$

$$= E \frac{Z_i (a - a^2) + Z_o (a - 1) + 3a Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_3 = a E \left(1 - \frac{Z_d + a Z_i + a^2 Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \right) = a^2 E k_2$$

$$\text{avec } k_2 = 1 - \frac{Z_d + a Z_i + a^2 Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

Cas particuliers

■ Défaut franc

Soit $Z = 0$, le courant de défaut phase-terre

$$\text{prend la valeur : } I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

■ Défaut de terre impédant

Soit $3Z \gg Z_d + Z_i + Z_o$, le courant de défaut phase-terre est défini par l'impédance de

$$\text{défaut : } I_1 = \frac{E}{Z}$$

Nota :

Les termes k_1 et k_2 sont appelés facteurs de défaut à la terre, leur valeur varie entre 1 et 1,8.

Le facteur de défaut à la terre à un endroit donné est le rapport de la tension efficace la plus élevée entre une phase saine et la terre pendant que le réseau est affecté par un défaut, rapportée à la tension efficace entre phase et terre en l'absence du défaut.

La **figure 14** montre la situation globale dans le cas particulier où $Z = 0$ (défaut franc) et $Z_d = Z_i \approx X_d$.

La gamme des fortes valeurs de X_o / X_d correspond à des réseaux à neutre isolé ou compensé.

La gamme des faibles valeurs positives de X_o / X_d correspond à des réseaux à neutre à la terre.

La gamme des faibles valeurs négatives de X_o / X_d ne convient pas, en pratique à cause de l'existence de résonances.

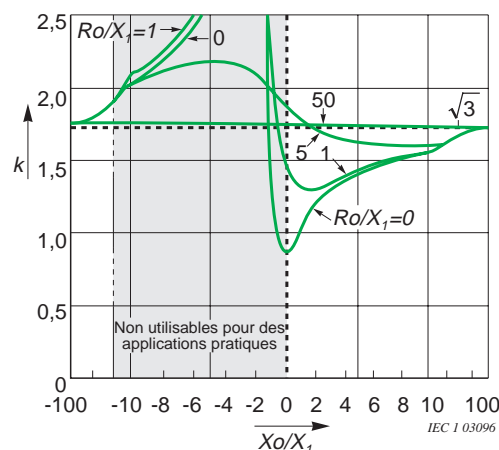


Fig. 14 : Facteur de défaut à la terre en fonction de X_o / X_1 pour $R_1 / X_1 = 0$ et $R = 0$ (courbe selon la norme CEI 60071- 2).

3.3 Défaut biphasé terre (cf. fig. 15 page suivante)

Ecriture des équations

■ Dans la zone (D)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = V_3 = Z (I_2 + I_3) \end{cases}$$

■ Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o \end{cases}$$

■ Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} I_d + I_i + I_o = 0 \\ V_d = V_i \\ V_o = V_d + 3Z \times I_o \end{cases}$$

■ Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \times I_d \\ 0 = V_i + Z_i \times I_i \\ 0 = V_o + Z_o \times I_o \end{cases}$$

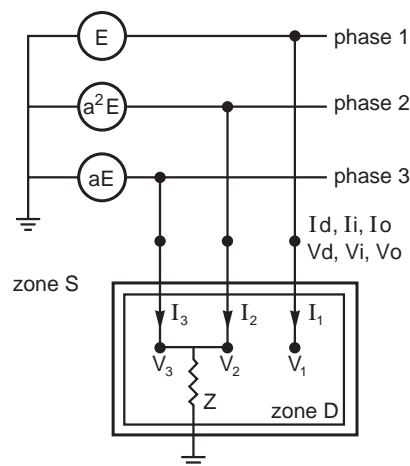


Fig. 15

Résolution des équations

$$I_d = E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d \times Z_i + (Z_o + 3Z)(Z_d + Z_i)}$$

$$I_i = \frac{-E (Z_o + 3Z)}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$I_o = \frac{-E \times Z_i}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_d = V_i = \frac{E \times Z_i (Z_o + 3Z)}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_o = \frac{E \times Z_i \times Z_o}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = -j\sqrt{3} E \frac{Z_o + 3Z - aZ_i}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$I_3 = j\sqrt{3} E \frac{Z_o + 3Z - a^2Z_i}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$I_2 + I_3 = -3E \frac{Z_i}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_1 = E \frac{3Z_i (Z_o + 2Z)}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_2 = V_3 = E \frac{-3Z \times Z_i}{Z_d \times Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

■ Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. fig. 16)

Cas particuliers

■ Défaut franc

Soit $Z = 0$, le courant de défaut phase-terre

prend la valeur : $I_2 + I_3 = -\frac{3E \times Z_i}{Z_d \times Z_i + Z_i \times Z_o + Z_d \times Z_o}$

■ Défaut biphase

Soit $Z = \infty$, le courant de défaut phase vaut alors :

$$I_2 = -I_3 = E \frac{(a^2 - a)}{Z_d + Z_i} = -jE \frac{\sqrt{3}}{Z_d + Z_i}$$

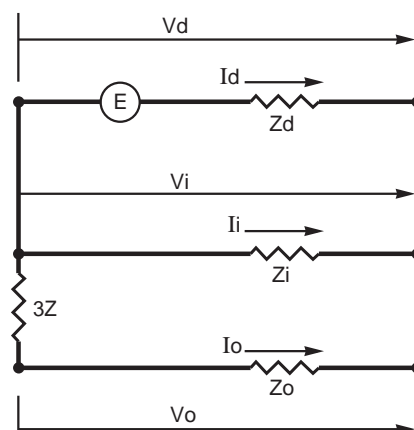


Fig. 16

3.4 Défaut triphasé (cf. fig. 17 page suivante)

Ecriture des équations

■ Dans la zone (D)

$$V_1 = V_2 = V_3 = Z (I_1 + I_2 + I_3)$$

■ Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o \end{cases}$$

■ Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 3I_o = \frac{V_o}{Z} \\ V_d = V_i = 0 \\ V_1 = V_2 = V_3 = V_o \end{cases}$$

■ Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \times I_d \\ 0 = V_i + Z_i \times I_i \\ 0 = V_o + Z_o \times I_o \end{cases}$$

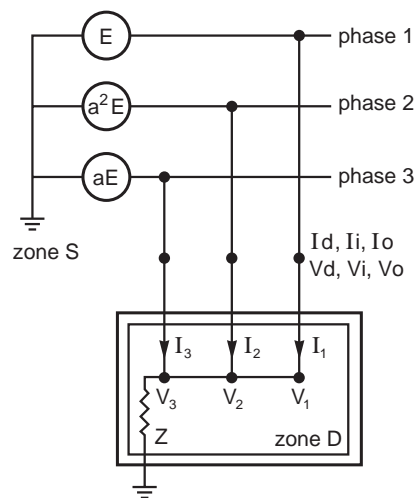


Fig. 17

Résolution des équations

$$I_d = \frac{E}{Z_d} \quad \text{et} \quad I_i = I_o = 0$$

$$V_d = V_i = V_o = 0$$

$$I_1 = \frac{E}{Z_d}$$

3.5 Réseau à charge déséquilibrée (cf. fig. 19)

Ecriture des équations

- Dans la zone (D)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_3 - V_2 = I_3 Z_c = -I_2 Z_c \end{cases}$$

- Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o \end{cases}$$

- Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} I_o = 0 \\ I_d = -I_i \\ V_d - V_i = Z_c \times I_d \end{cases}$$

- Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \times I_d \\ 0 = V_i + Z_i \times I_i \\ 0 = V_o + Z_o \times I_o \end{cases}$$

$$I_2 = a^2 \frac{E}{Z_d}$$

$$I_3 = a \frac{E}{Z_d}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0$$

Les résultats sont indépendants des valeurs Z , Z_i et Z_o .

■ Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. fig. 18).

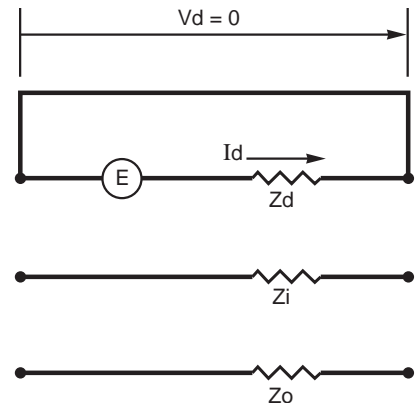


Fig. 18

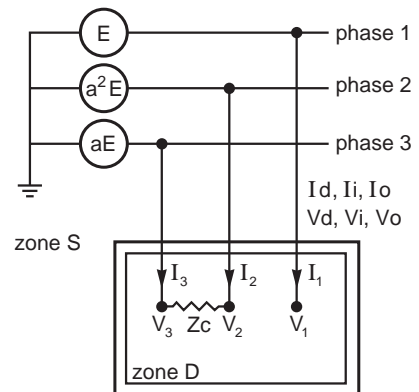


Fig. 19

Résolution des équations

$$I_d = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$I_i = -\frac{E}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$I_o = 0$$

$$V_d = \frac{E(Z_i + Z_c)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_i = \frac{E \times Z_i}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_o = 0$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = -j \frac{E\sqrt{3}}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$I_3 = j \frac{E\sqrt{3}}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_1 = \frac{E(2Z_i + Z_c)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_2 = \frac{E(a^2 Z_c - Z_i)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_3 = \frac{E(a Z_c - Z_i)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

■ Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. fig. 20).

Cas particuliers

■ Charge de puissance faible

Soit : $Z_c \rightarrow \infty$ d'où I_1 et $I_3 \rightarrow 0$

et V_1, V_2, V_3 tendent vers les valeurs du réseau symétrique, c'est-à-dire vers $E, a^2 E, aE$.

3.6 Réseau avec ouverture d'une phase (cf. fig. 21)

Ecriture des équations

■ Dans la zone (D)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = V'_2 \\ V_3 = V'_3 \end{cases}$$

■ Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 I_d + a I_i + I_o \\ I_3 = a I_d + a^2 I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 V_d + a V_i + V_o \\ V_3 = a V_d + a^2 V_i + V_o \\ V'_1 = V'_d + V'_i + V'_o \\ V'_2 = a^2 V'_d + a V'_i + V'_o \\ V'_3 = a V'_d + a^2 V'_i + V'_o \end{cases}$$

■ Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} I_d + I_i + I_o = 0 \\ V_d - V'_d = V_i - V'_i \end{cases}$$

■ Court-circuit biphasé isolé

Soit : $Z_c = 0$.

Le courant de défaut égale alors

$$I_3 = -I_3 = j \frac{E\sqrt{3}}{Z_d + Z_i}$$

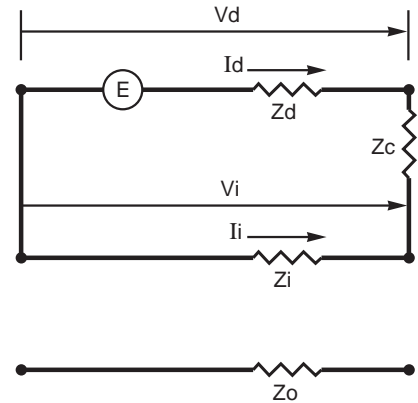


Fig. 20

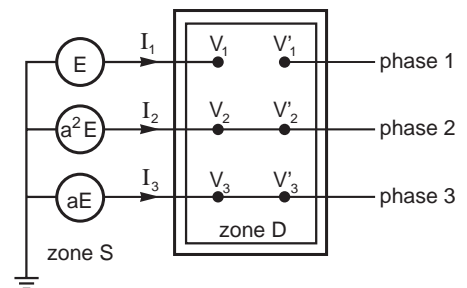


Fig. 21

■ Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + z_d \times I_d \\ 0 = V_i + z_i \times I_i \\ 0 = V_o + z_o \times I_o \\ 0 = V'_d - z'_d \times I_d \\ 0 = V'_i - z'_i \times I_i \\ 0 = V'_o - z'_o \times I_o \\ Z_d = z_d + z'_d \\ Z_i = z_i + z'_i \\ Z_o = z_o + z'_o \end{cases}$$

Résolution des équations

$$I_d = E \frac{Z_i + Z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$I_i = -E \frac{Z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$I_o = -E \frac{Z_i}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_d = E \frac{[z'd (Z_i + Z_o) + Z_i \times Z_o]}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$\text{et } V'd = E \frac{z'd (Z_i + Z_o)}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_i = E \frac{Z_o \times z_i}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$\text{et } V'i = -E \frac{Z_o \times z'i}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_o = E \frac{Z_i \times z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$\text{et } V'o = -E \frac{Z_i \times z'o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = E \frac{Z_i (a^2 - 1) - j\sqrt{3} Z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$I_3 = E \frac{Z_i (a^2 - 1) + j\sqrt{3} Z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_1 = E \frac{z'd (Z_i + Z_o) + Z_i \times Z_o + z_i \times Z_o + Z_i \times z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$\text{et } V_1' = E \frac{z'd (Z_i + Z_o) - Z_o \times z'i - Z_i \times z'o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

soit

$$V_1 - V_1' = 3E \frac{Z_i \times Z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_2 = V_2' = E \frac{a^2 [z'd (Z_i + Z_o) + Z_i \times Z_o] + a Z_o \times z_i + Z_i \times z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

$$V_3 = V_3' = E \frac{a [z'd (Z_i + Z_o) + Z_i \times Z_o] + a^2 Z_o \times z_i + Z_i \times z_o}{Z_d \times Z_i + Z_d \times Z_o + Z_i \times Z_o}$$

■ Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. fig. 22).

Cas particuliers

■ Lorsque la charge est isolée, l'impédance homopolaire du système est très grande. Le courant dans les phases non ouvertes est :

$$I_2 = -I_3 = -jE \frac{\sqrt{3}}{Z_d + Z_i}$$

La tension apparaissant au niveau de la phase ouverte est :

$$V_1 - V_1' = 3E \frac{Z_i}{Z_d + Z_i}$$

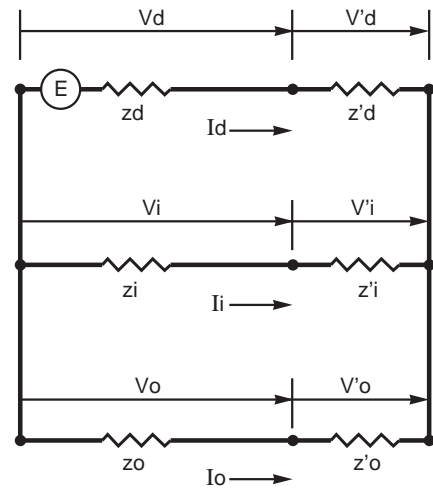


Fig. 22

3.7 Impédances associées aux composantes symétriques

Dans ce paragraphe, sont passés en revue les principaux éléments pouvant intervenir dans un réseau électrique. Pour les machines tournantes et les transformateurs, les ordres de grandeurs des impédances sont indiquées en pourcentage :

$$\left(z \% = 100 Z \frac{S_n}{U_n^2} \right)$$

avec :

Un = tension nominale,
Sn = puissance apparente nominale,
Z = impédance cyclique.

Machines synchrones

Les génératrices donnent naissance à la composante directe de la puissance. Les défauts

sont créateurs des composantes inverse et homopolaire qui se dirigent du lieu du défaut vers les éléments équilibrés en s'atténuant progressivement.

■ Lors d'une perturbation, la réactance directe d'une machine varie de sa valeur subtransitoire à sa valeur synchrone. Dans un calcul de défaut on peut retenir les valeurs suivantes en % :

Réactance %	Pôles saillants	Entrefer constant
Subtransitoire	30	20
Transitoire	40	25
Synchrone	120	200

- La réactance inverse est inférieure à la réactance directe transitoire, soit environ 20 %.
- La réactance homopolaire n'est prise en compte que lorsque le neutre de l'alternateur est réuni à la terre directement ou à travers une bobine/résistance. Sa valeur est de l'ordre de la moitié de la réactance subtransitoire, soit environ 10 %.

Machines asynchrones

- La composante directe engendre dans les moteurs des champs tournants dans le sens direct (couple utile).
La composante inverse engendre des champs tournants générateurs de couples de freinage.
- Usuellement on peut considérer la réactance directe comme une impédance passive : $U^2 / (P - jQ)$.
 - La réactance inverse varie entre 15 % et 30 %.

Elle est approximativement égale à la réactance de démarrage.

- La réactance homopolaire est très faible.

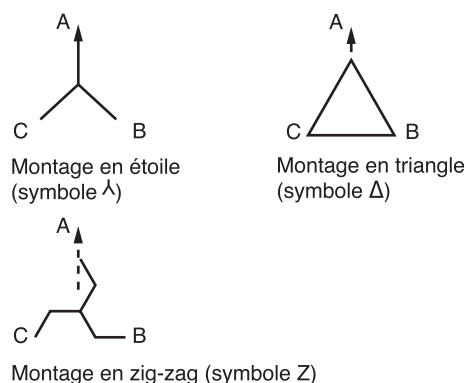
Transformateurs

La circulation d'un courant homopolaire dans les enroulements d'un transformateur nécessite un couplage ayant un point neutre relié à la terre ou à un conducteur de neutre.

- Ils présentent aux courants des systèmes direct et inverse une impédance égale à leur impédance de court-circuit, soit 4 % à 15 %.
- La réactance homopolaire dépend du mode de couplage des enroulements et de la nature du circuit magnétique.

Le tableau de la **figure 23** indique des ordres de grandeur de cette réactance et présente différents couplages possibles. En annexe, un tableau précise la grandeur ou le mode de calcul de X_0 pour chaque mode de couplage.

Transformateur (vu du secondaire)	Réactance homopolaire	
Pas de neutre	∞	
Yyn ou Zyn	Flux libre	∞
	Flux forcé	10 à 15 X_d
Dyn ou YNyn	X_d	
Primaire zn	0,1 à 0,2 X_d	



Le montage zig-zag n'est utilisé que du côté secondaire des transformateurs de distribution.

Fig. 23

Un couplage est désigné par un groupe de deux symboles :

- le premier (en majuscule) est affecté à la tension la plus haute,
- le second (en minuscule) est affecté à la tension la plus basse.

Cette désignation est complétée par la valeur de déphasage angulaire (indice horaire). Pour des raisons économiques et pour une tolérance suffisante au déséquilibre de charge entre phases, les couplages usuels en distribution HT/BT sont :

- Yzn 11 pour 50 kVA,
- Dyn 11 de 100 à 3150 kVA. Avec :
- D : couplage triangle en HT
- d : couplage triangle en BT
- Y : couplage étoile en HT
- y : couplage étoile en BT
- Z : couplage zig-zag en HT
- z : couplage zig-zag en BT
- N : neutre sorti en HT
- n : neutre sorti en BT
- 11 : indice horaire qui définit le déphasage entre la HT et la BT.

Lignes aériennes

Considérons des lignes transposées.

- L'impédance et la capacité directes ou inverses dépendent de la géométrie de la ligne.
- L'impédance homopolaire vaut environ trois fois l'impédance directe. La capacité homopolaire vaut environ 0,6 fois la capacité directe.

Ligne		BT	MT	HT
Rd = Ri	Ω/km	0,3	0,7	0,02 à 0,12
Xd = Xi	Ω/km	0,3	0,4	0,2 à 0,4
Cd = Ci	nF/km		10	9 à 13
	μS/km		3,3	3 à 4
Ro	Ω/km			0,25
Xo	Ω/km		1,8	0,75 à 1,5
Co	nF/km		5	4,5 à 9
	μS/km			1,5 à 3

Câbles

- La réactance et la capacité directes et inverses sont fonction de la géométrie des câbles.
- Les caractéristiques homopolaires d'un câble ne se déduisent pas facilement de celles directe et inverse. Elles sont en général négligeables devant celles des transformateurs qu'il alimente.

Câble		BT	MT	HT
Rd = Ri	Ω/km	0,12 à 0,16	0,08 à 0,16	0,02 à 0,05
Xd = Xi	Ω/km	0,06 à 0,10	0,08 à 0,12	0,1 à 0,2
Cd = Ci	μF/km	1	0,1 à 0,6	0,2
	mS/km	0,3	0,03 à 0,2	0,07
Ro	Ω/km	1	0,1	
Xo	Ω/km	0,12 à 0,2	0,16	
Co	μF/km	2	0,1 à 0,6	0,1 à 0,6
	mS/km	0,6	0,03 à 0,2	0,03 à 0,2

3.8 Formulaire récapitulatif

Notation

- tension efficace composée du réseau triphasé = U
- tension efficace simple du réseau triphasé $V = U/\sqrt{3}$
- courant de court-circuit en module = I_{cc}

- courant de défaut à la terre en module = I_{terre}
- impédances symétriques = Z_d, Z_i, Z_o,
- impédance de court-circuit = Z_c,
- impédance de terre = Z.

Le tableau ci-dessous récapitule les courants en module dans différentes dissymétries.

Type de dissymétrie	Dissymétrie impédante	Dissymétrie franche (Z = 0 et/ou Z _c = 0)
Court-circuit monophasé	$I_{cc} = \frac{U\sqrt{3}}{ Z_d + Z_i + Z_o + 3Z } = \frac{3V}{ Z_d + Z_i + Z_o }$	$I_{cc} = \frac{U\sqrt{3}}{ Z_d + Z_i + Z_o } = \frac{3V}{ Z_d + Z_i + Z_o }$
Court-circuit biphasé terre (Z _c = 0)	$I_{terre} = \frac{U\sqrt{3} Z_i }{ Z_d \times Z_i (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z) }$	$I_{terre} = \frac{U\sqrt{3} Z_i }{ Z_d \times Z_i + Z_i \times Z_o + Z_d \times Z_o }$
Court-circuit biphasé isolé (Z = ∞)	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_i + Z_c } = \frac{V\sqrt{3}}{ Z_d + Z_i + Z_o }$	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_i } = \frac{V\sqrt{3}}{ Z_d + Z_i }$
Court-circuit triphasé (Z quelconque)	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_c \sqrt{3}} = \frac{V}{ Z_d + Z_c }$	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d \sqrt{3}} = \frac{V}{ Z_d }$

4 Exemples chiffrés

4.1 Pouvoir de coupure d'un disjoncteur en tête d'alimentation (cf. fig. 24)

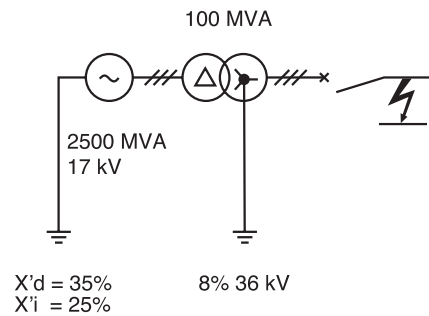


Fig. 24

Problème

Quel doit être le pouvoir de coupure du disjoncteur ?

Solution

Quand le disjoncteur intervient, la composante apériodique est éteinte à l'intérieur du réseau mais pas à l'intérieur des enroulements de l'alternateur.

■ Impédances

□ de l'alternateur ramenée au secondaire transformateur :

$$Z_a \text{ directe} = \frac{35}{100} \times \frac{36^2}{2500} = j0,18 \Omega$$

$$Z_a \text{ inverse} = \frac{25}{100} \times \frac{36^2}{2500} = j0,13 \Omega$$

$Z_a \text{ homopolaire} = \text{négligée}$

□ du transformateur ramenée au secondaire transformateur :

$$Z_t \text{ directe} = \frac{8}{100} \times \frac{36^2}{100} = j1,04 \Omega$$

$$Z_t \text{ inverse} = j1,04 \Omega$$

$$Z_t \text{ homopolaire} = j1,04 \Omega$$

□ totales :

$$Z \text{ directe} = j1,22 \Omega$$

$$Z \text{ inverse} = j1,17 \Omega$$

$$Z_t \text{ homopolaire} = j1,04 \Omega$$

■ Courants de court-circuit

□ triphasé

$$I_{cc} = \frac{U}{\sqrt{3} |Z_d|} = \frac{36}{\sqrt{3} \times 1,22} = 17 \text{ kA}$$

□ monophasé

$$I_{cc} = \frac{U\sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|}$$

$$= \frac{36\sqrt{3}}{1,22 + 1,17 + 1,0} = 18 \text{ kA}$$

□ biphasé isolé

$$I_{cc} = \frac{U}{|Z_d + Z_i|} = \frac{36}{1,22 + 1,17} = 15 \text{ kA}$$

□ biphasé terre

$$I_{cc} = \frac{U |Z_o - a Z_i|}{|Z_d \times Z_i + Z_i \times Z_o + Z_o \times Z_d|}$$

$$= \frac{36 \times 1,915}{3,91} = 17,6 \text{ kA}$$

■ Le disjoncteur devra donc couper un courant de court-circuit de 18 kA, soit une puissance de coupure de :

$$18 \times 36\sqrt{3} = 1122 \text{ MVA}$$

4.2 Pouvoir de coupure de disjoncteurs aux extrémités d'une ligne (cf. fig. 25)

Problème

Dans un réseau 60 kV, déterminer le pouvoir de coupure des disjoncteurs des postes C et E qui alimentent la ligne de 15 km.
 La réactance de court-circuit des transformateurs de groupe et de réseau est de 10 % et celle des autres transformateurs de 8 %.

Pour une ligne de 60 kV, la réactance est de :
 ■ 0,40 Ω/km en régime direct ou inverse,
 ■ $3 \times 0,40 \Omega/\text{km}$ en régime homopolaire.
 Les groupes ont une réactance directe ou inverse de 25 %.
 Les charges de puissance active P ont une réactance équivalente estimée de $j \times 0,6U^2/P$.

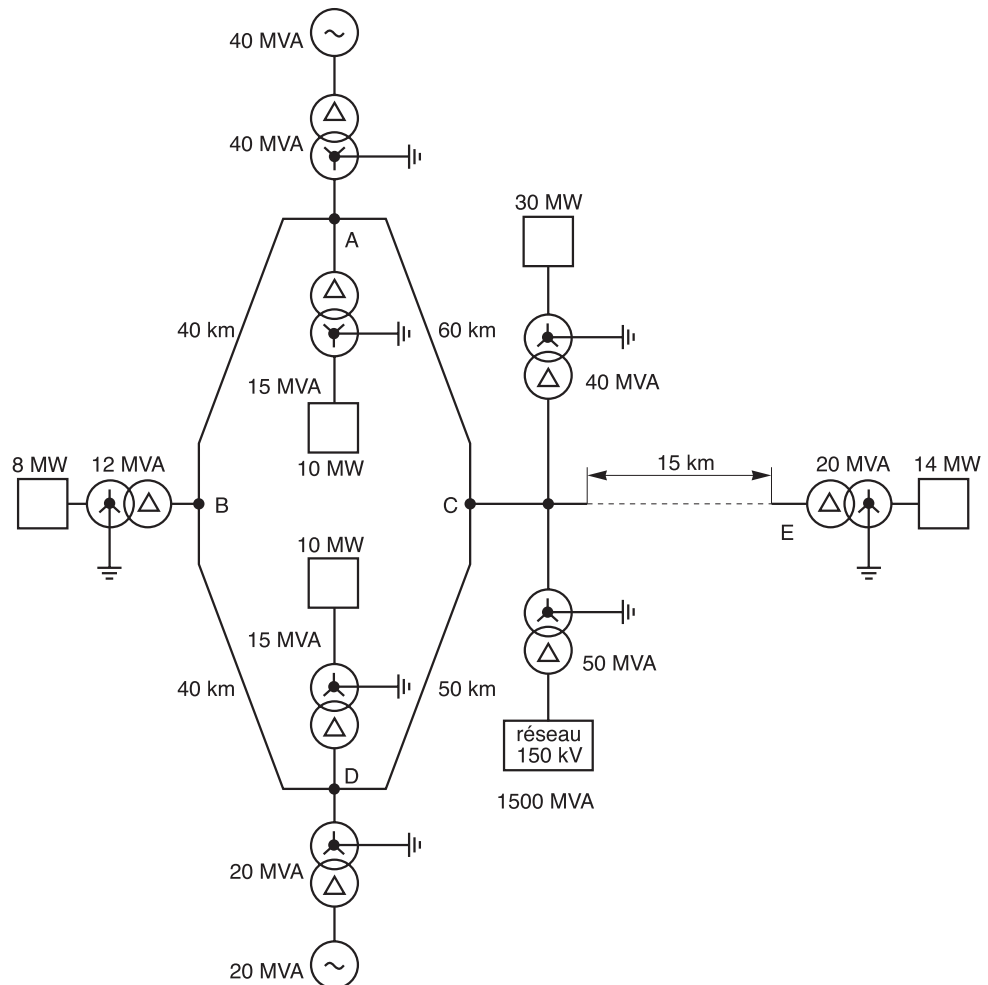


Fig. 25

Solution

■ Schéma global direct ou inverse (réduction à 60 kV) (cf. **fig. 26**)

$$a = j \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{25}{100} = \frac{60^2}{40} \times \frac{25}{100} = j22,5 \Omega$$

$$b = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{10}{100} = \frac{60^2}{400} = j9 \Omega$$

$$C_1 = j0,40 \times 60 = j24 \Omega$$

$$C_2 = j0,40 \times 50 = j20 \Omega$$

$$C_3 = j0,40 \times 40 = j16 \Omega$$

$$C_4 = j0,40 \times 40 = j16 \Omega$$

$$d = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{8}{100} = \frac{60^2}{15} = j19,2 \Omega$$

$$e = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{10} \times 0,6 = j216 \Omega$$

$$f = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{12} = j24 \Omega$$

$$g = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{8} \times 0,6 = j270 \Omega$$

$$h = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{15} = j19,2 \Omega$$

$$i = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{10} \times 0,6 = j216 \Omega$$

$$j = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{10}{100} \times \frac{60^2}{20} = j18 \Omega$$

$$k = j \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{25}{100} = \frac{60^2}{20} \times \frac{25}{100} = j45 \Omega$$

$$l = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{40} = j7,2 \Omega$$

$$m = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{30} \times 0,6 = j72 \Omega$$

$$n = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{10}{100} \times \frac{60^2}{50} = j7,2 \Omega$$

$$o = j \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{60^2}{1500} = j2,4 \Omega$$

$$p = j0,4 \times 15 = j2,4 \Omega$$

$$q = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{20} = j14,4 \Omega$$

$$r = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{14} \times 0,6 = j154 \Omega$$

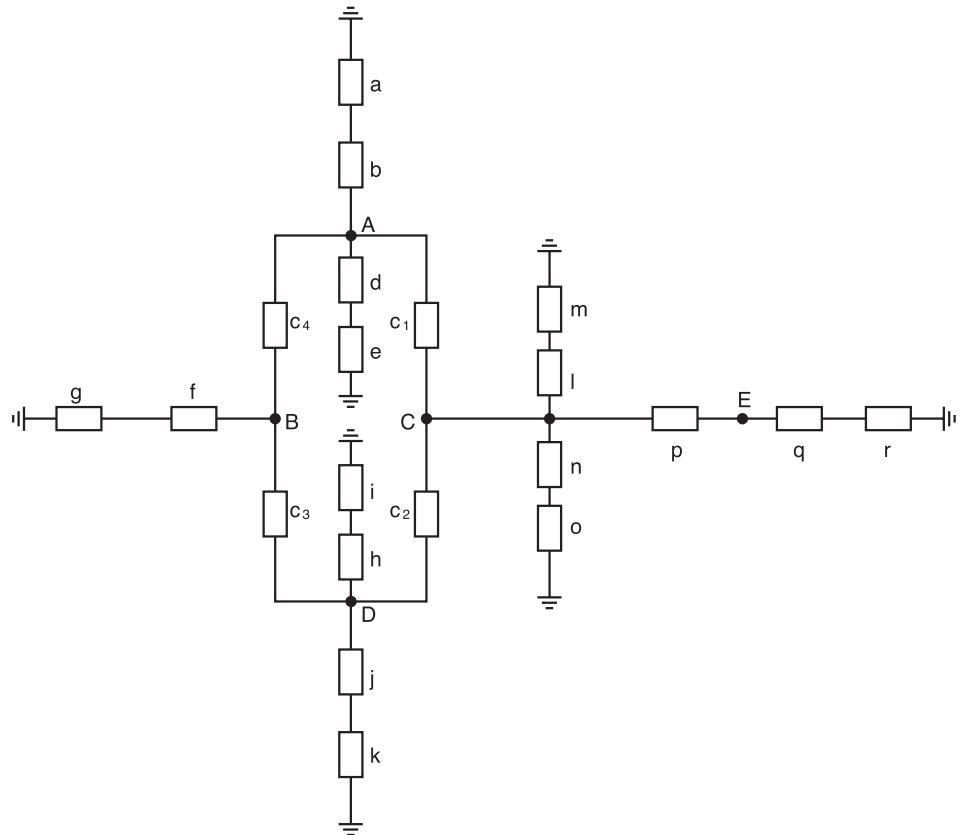


Fig. 26

■ Schéma global homopolaire (réduction à 60 kV) (cf. **fig. 27**)

Les transformateurs du poste arrêtent les courants homopolaires dans les enroulements en triangle.

- $b' = b = j9 \Omega$
- $c'_1 = 3c_1 = j72 \Omega$
- $c'_2 = 3c_2 = j60 \Omega$
- $c'_3 = 3c_3 = j48 \Omega$
- $c'_4 = 3c_4 = j48 \Omega$
- $d' = \infty$
- $f' = \infty$
- $h' = \infty$
- $j' = j = j18 \Omega$
- $l' = \infty$
- $n' = n = j7,2 \Omega$
- $p' = 3p = j18 \Omega$
- $q' = \infty$

■ Schémas réduits

Pour l'étude qui nous intéresse on peut réduire les schémas à ce qui se passe en C et E (cf. **fig. 28**).

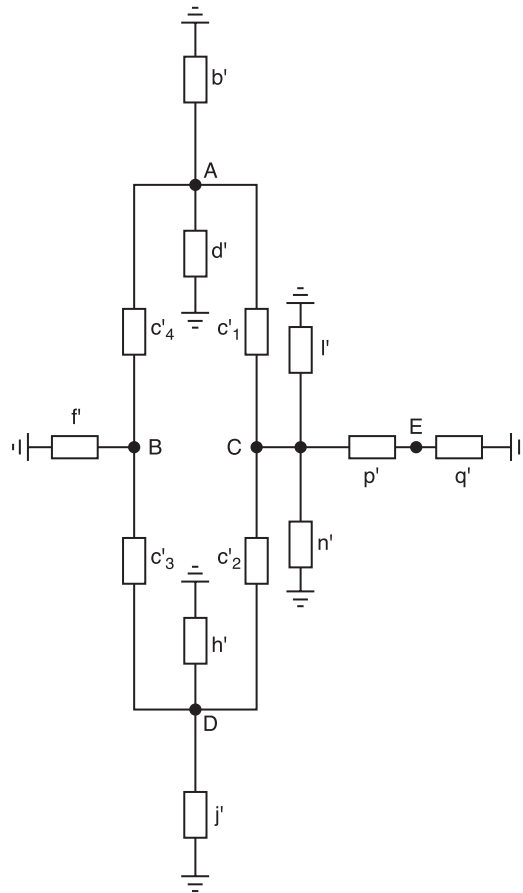


Fig. 27

■ Dimensionnement du disjoncteur de ligne côté C

Cas 1 : défaut côté barres (cf. **fig. 29**)

$$Z_d = j6 + j168,4 = j174,4 \Omega$$

$$Z_o = \infty$$

□ I_{cc} triphasé est égal à :

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{174,4 \sqrt{3}} = 0,195 \text{ kA}$$

$$\text{d'où } P_{cc} = UI \sqrt{3} = 20,7 \text{ MVA}$$

□ I_{cc} monophasé est égal à :

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = 0$$

$$\text{d'où } P_{cc} = 0$$

Cas 2 : défaut côté ligne (cf. **fig. 30** page suivante)

$$Z_d = j6,45 \Omega$$

$$Z_o = j6,09 \Omega$$

□ I_{cc} triphasé est égal à :

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{6,45 \sqrt{3}} = 5,37 \text{ kA}$$

$$\text{d'où } P_{cc} = UI \sqrt{3} = 558,1 \text{ MVA}$$

Schéma direct / inverse

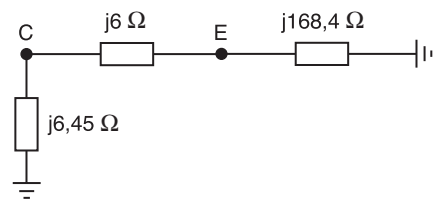


Schéma homopolaire

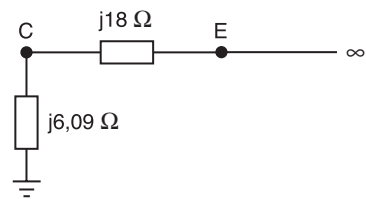


Fig. 28

Schéma direct



Schéma homopolaire

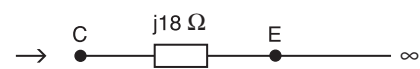


Fig. 29

Schéma direct

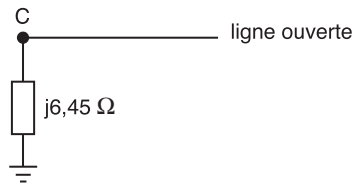


Schéma homopolaire

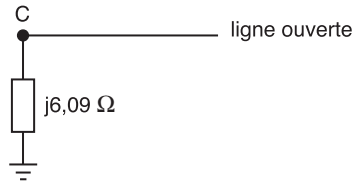


Fig. 30

□ Icc monophasé est égal à :

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = \frac{60 \sqrt{3}}{18,99} = 5,47 \text{ kA}$$

d'où Pcc = UI√3 = 568,7 MVA

Le disjoncteur de ligne au point C doit donc être dimensionné à 570 MVA.

■ Dimensionnement du disjoncteur de ligne côté E

Cas 1 : défaut côté barres (cf. fig. 31)

$$Z_d = j 6 + j 6,45 = j12,45 \Omega$$

$$Z_o = j 18 + j 6,09 = j 24,09 \Omega$$

□ Icc triphasé est égal à :

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{12,45 \sqrt{3}} = 2,782 \text{ kA}$$

d'où Pcc = UI√3 = 289,2 MVA

□ Icc monophasé est égal à :

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = \frac{60 \sqrt{3}}{48,99} = 2,121 \text{ kA}$$

d'où Pcc = UI√3 = 220,5 MVA

Cas 2 : défaut côté ligne (cf. fig. 32)

$$Z_d = j168,4 \Omega$$

$$Z_o = \infty$$

Schéma direct

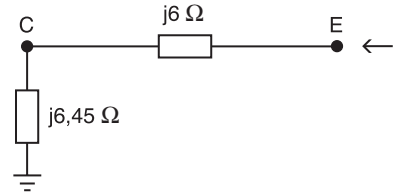


Schéma homopolaire

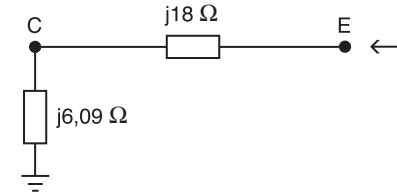


Fig. 31

Schéma direct

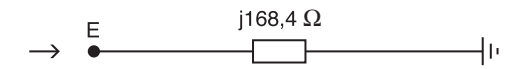


Schéma homopolaire

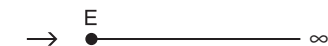


Fig. 32

□ Icc triphasé est égal à :

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{168,4 \sqrt{3}} = 0,206 \text{ kA}$$

d'où Pcc = UI e = 21,4 MVA

□ Icc monophasé est égal à :

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = 0$$

d'où Pcc = 0

Le disjoncteur de ligne au point E doit donc être dimensionné à 290 MVA.

4.3 Réglage de protections homopolaires dans un réseau M.T. à neutre à la terre

(cf. fig. 33 page suivante)

Problème

Quel doit être le réglage en intensité des relais homopolaires des différents départs ?

Solution

On part des formules du paragraphe défaut phase-terre ; de plus on notera que l'impédance

de terre Rn est équivalente à trois impédances de valeur 3Rn placées chacune sur une phase du réseau mis à la terre directement. Le courant homopolaire à l'endroit du défaut à la terre se partage en deux voies parallèles :

■ La première correspond à l'impédance de neutre 3Rn en série avec l'impédance

homopolaire du transformateur et du tronçon de conducteur entre défaut et transformateur.

Soit : $3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}$.

■ La seconde correspond à la mise en parallèle des circuits capacitifs de conducteur :

$$\frac{-j}{\left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega}$$

En toute rigueur il faudrait prendre en compte les impédances du transformateur et des lignes qui sont de fait négligeables devant des impédances capacitives.

Courant de défaut à la terre I_1 (cf. § 3.2) :

$$I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

avec :

$$Z_o = (3R_n + Z_{OT} + Z_{OL})$$

en parallèle avec

$$\frac{-j}{\left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega}$$

d'où :

$$Z_o = \frac{3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}}{1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega}$$

Par substitution :

$$I_1 = \frac{3E \left[1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega \right]}{(Z_d + Z_i + 3Z) \left[1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega \right] + 3(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL})}$$

Si, ce qui est souvent le cas, Z_d , Z_i , Z_{OT} , Z_{OL} sont négligeables devant $3R_n$ et que le défaut est franc ($Z = 0$) alors :

$$I_1 \approx \frac{E}{R_n} + j 3 \left(\sum_1^n C_{oi}\right) \omega E$$

La contribution de chaque départ sain au courant de terre est donc de : $3 C_{oi} \omega E$ (en module).

Le réglage du relais homopolaire de chacun de ces départs doit donc être supérieur à ce courant capacitif pour éviter les déclenchements intempestifs. Ce courant dépend de la nature et de la longueur des conducteurs.

Par exemple :

□ pour une ligne 15 kV la capacité homopolaire est d'environ 5 nF/km d'où un courant de : $3 \times 5 \cdot 10^{-9} \times 314 \times 15000/\sqrt{3} = 0,04$ A/km soit 4 A pour 100 km,

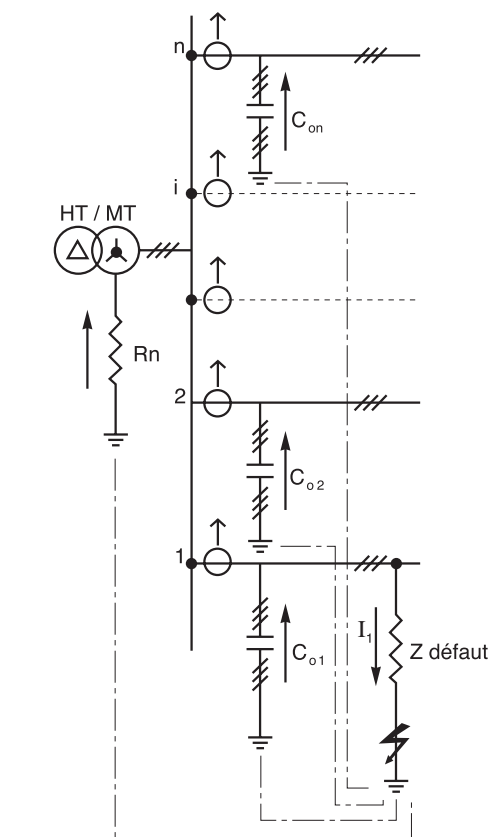


Fig. 33

□ pour un câble tripolaire 15 kV la capacité homopolaire est d'environ 200 nF/km d'où un courant de :

$$3 \times 200 \cdot 10^{-9} \times 314 \times 15000/\sqrt{3} = 1,63$$
 A/km soit près de 2 A par kilomètre,

□ ces valeurs de courant capacitif sont à comparer à celles du courant traversant l'impédance de neutre et qui atteignent couramment plusieurs dizaines à quelques centaines d'ampères.

Application numérique et représentation graphique (cf. fig. 34 page suivante)

Soit défaut franc sur un réseau 5500 V - 50 Hz à neutre impédant, avec :

$$R_n = 100 \Omega$$

$$C_o = 1 \mu F$$

$$Z = Z_d = Z_i = Z_{OT} = Z_{OL} = 0$$

$$E = \frac{5500}{\sqrt{3}} = 3175 \text{ V}$$

$$Z_0 = \frac{3R_n}{1 + j3R_n C_0 \omega}$$

$$I_1 = \frac{3175}{100} + j3 \times 3175 \times 10^{-6} \times 314$$

$$\approx (32 + j3) \text{ ampères}$$

$$I_2 = I_3 = 0$$

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = ja E\sqrt{3} = -3175 \left(1,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ volts}$$

$$V_3 = E (a-1) = -3175 \left(-1,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ volts}$$

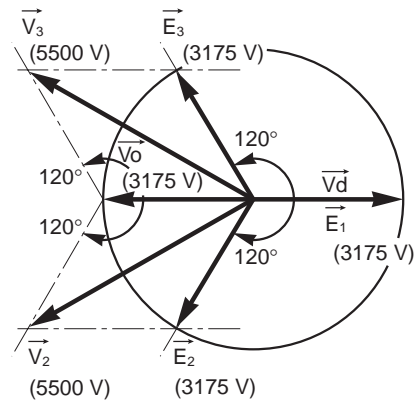


Fig. 34

4.4 Réglage de protection à courant inverse dans une installation électrique

Problème

Quel doit être le réglage de la protection à courant inverse (code ANSI 46) d'un tableau électrique alimentant des Charges Passives et des Moteurs (cf. fig. 35) lors de l'ouverture d'une phase ?

Solution

On part des formules simplifiées du paragraphe 3.6 (Réseau avec ouverture d'une phase), avec des charges isolées donc à impédance homopolaire forte. De plus les impédances du réseau sont négligées car inférieures à celles de la charge.

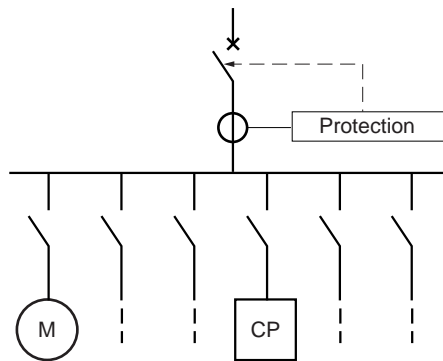


Fig. 35

■ Cas des charges passives

Soit comme données caractéristiques la charge d'impédance Z_{charge} avec un courant assigné I_{charge} tel que :

$$I_{charge} = \frac{U}{\sqrt{3} Z_{charge}}$$

$$Z_d = Z_i = Z_{charge}$$

d'où

$$|I_2| = |I_3| = \frac{U}{2 \times Z_{charge}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} I_{charge} \approx 0,87 I_{charge}$$

$$|I_d| = |I_i| = \frac{I_{charge}}{2} = 0,50 I_{charge}$$

■ Cas des moteurs

Soit comme données caractéristiques du moteur l'impédance Z_{mot} avec un courant assigné I_{mot} et un courant de démarrage $I_{dém}$ tel que :

$$I_{dém} = k \cdot I_{mot}$$

$$I_{mot} = U / \sqrt{3} Z_{mot}$$

Avec pour un moteur standard, $k \approx 5$.

□ en marche normale ou à vide, le glissement est faible, $Z_d = Z_{mot}$ et $Z_i = Z_{dém} = Z_{mot} / k$

d'où

$$|I_2| = |I_3| = \frac{U}{(Z_d + Z_i)} = \sqrt{3} I_{mot} \frac{k}{(1+k)}$$

comme $k \approx 5$, alors :

$$|I_1| = |I_2| \approx 1,44 I_{mot}$$

$$|I_d| = |I_i| = I_{mot} \times \frac{k}{(1+k)} \approx 0,83 I_{mot}$$

□ en prise de charge, le glissement est important, $Z_d = Z_i = Z_{dém} = Z_{mot} / k$

d'où

$$|I_1| = |I_2| = \frac{U}{(Z_d + Z_i)} = \sqrt{3} I_{mot} \times \frac{k}{2}$$

comme $k \approx 5$, alors :

$$|I_1| = |I_2| \approx 4,33 I_{mot}$$

$$|I_d| = |I_i| = I_{mot} \times \frac{k}{2} \approx 2,5 I_{mot}$$

■ Réglage du relais de protection

Le réglage du disjoncteur d'arrivée doit prendre en compte les contraintes suivantes :

□ $I_{seuil} > I_{i_{max}}$ (courant inverse maximum en fonctionnement normal)

□ $I_{seuil} < I_{i_{min}}$ (courant inverse minimum sur départ en défaut, càd avec une phase ouverte)

En supposant un déséquilibre de tension d'alimentation inférieur à 2 % ($V_{i_{max}} = 0,02 V$), le courant inverse minimum en fonctionnement normal a pour valeur :

□ pour une charge passive :

$$I_{i_{max}} = 0,02 I_{charge}$$

□ pour un moteur :

$$I_{i_{max}} = V_{i_{max}} / Z_{i_{min}} = V_{i_{max}} / Z_{dém} = 0,02 k I_{mot}$$

Avec $k \approx 5$, $I_{i_{max}} \approx 0,1 I_{mot}$

Le tableau suivant résume les limites de réglage des seuils des protections de ligne.

Réglage de la protection	Charge passive individuelle	Moteur individuel	Tableau électrique moteurs + charges passives
I_{seuil} supérieur à ...	$0,02 \cdot I_{charge}$	$0,1 \cdot I_{moteur}$	$\sum I_{inverse}$ en fonctionnement normal = $0,1 \cdot \sum I_{moteur} + 0,02 \cdot \sum I_{charge}$
I_{seuil} inférieur à ...	$0,5 \cdot I_{charge}$	$0,83 \cdot I_{moteur}$	$0,5 \cdot I_{charge}$ de la plus petite charge ou $0,83 \cdot I_{mot}$ du plus petit moteur

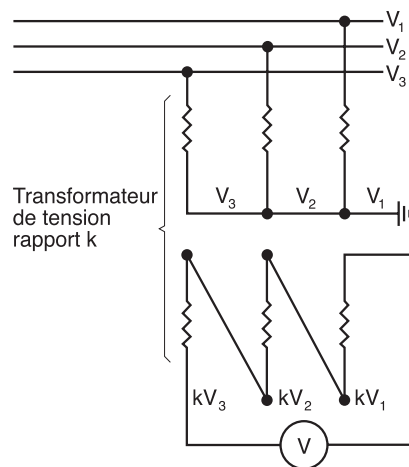
4.5 Mesure des composantes symétriques d'un système de tensions et de courants

Système de tensions

■ La composante homopolaire se mesure à l'aide de 3 transformateurs de tension (TT) dont les primaires sont entre phase et neutre, et les secondaires en série pour alimenter un voltmètre. (cf. fig. 36).

$V = 3 V_o k$ avec $k =$ rapport de transformation.

■ La composante directe se mesure à l'aide de 2 TT montés entre V_1 et V_2 , et, entre V_2 et V_3 (cf. fig. 37).



$$kV_1 + kV_2 + kV_3 = V = 3V_o \cdot k$$

Fig. 36

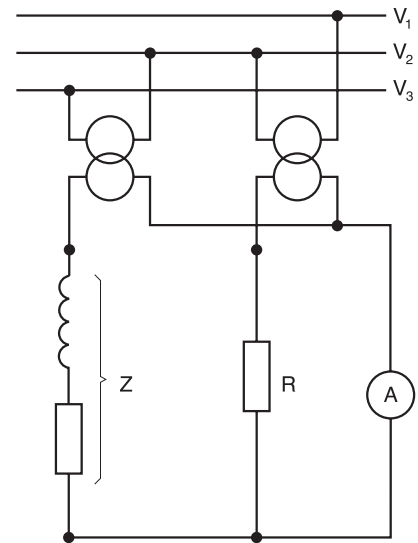


Fig. 37

Le premier TT est chargé par une résistance pure R . Le second TT est chargé par une inductance et par une résistance telles que :

$$Z = -a^2 R = R e^{j\frac{\pi}{3}}$$

Z comprend en série une résistance $\frac{R}{2}$ et

une réactance $R \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Les deux circuits sont en parallèle sur un ampèremètre qui mesure un courant proportionnel à :

$$(V_1 - V_2) + [-a^2(V_2 - V_3)] = V_1 - V_2(1 + a^2) + a^2V_3$$

$$= V_1 + aV_2 + a^2V_3 = 3V_d$$

■ La composante inverse se mesure de la même manière que la composante directe mais en intervertissant les bornes 2 et 3.

$$(V_1 - V_3) + [-a^2(V_3 - V_2)] = V_1 + a^2V_2 - V_3(1 + a^2)$$

$$= V_1 + a^2V_2 + aV_3 = 3V_i$$

Système de courants

■ La composante directe se mesure à l'aide de 3 transformateurs de courant (TC) selon le montage de la **figure 38**.

Le transformateur auxiliaire T2 délivre un courant proportionnel à $(I_3 - I_2)$ à travers R. Le transformateur auxiliaire T1 délivre un courant proportionnel à $(I_1 - I_3)$ à travers Z égale à $-a^2 R$. La tension aux bornes du voltmètre est proportionnelle à

$$(I_3 - I_2) + (I_1 - I_3)(-a^2) = I_3 - I_2 - a^2 I_1 + a^2 I_3$$

$$= -a^2(I_1 + aI_2 + a^2 I_3) = 3a^2 I_d$$

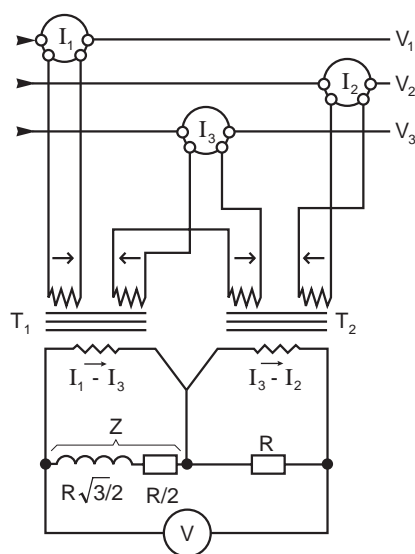


Fig. 38

■ La composante inverse se mesure aussi à l'aide de 3 TC, mais selon le montage de la **figure 39**. Un raisonnement identique au cas précédent montre que la tension aux bornes du voltmètre est proportionnelle à

$$(I_1 - I_3) + (I_3 - I_2)(-a^2) = I_1 + a^2 I_2 - I_3(a^2 + 1)$$

$$= I_1 + a^2 I_2 + aI_3 = 3I_i$$

■ La composante homopolaire est égale au tiers du courant de neutre qui circule directement dans la connexion de mise à la terre (neutre distribué).

3 TC montés en parallèle permettent sa mesure dans l'ampèremètre A :

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_h \text{ (cf. fig. 40)}$$

Un transformateur tore entourant la totalité des conducteurs actifs permet aussi cette mesure par la somme vectorielle des courants de phase.

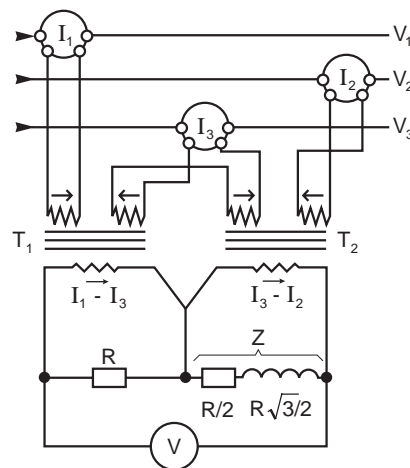


Fig. 39

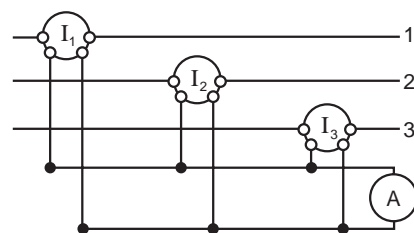


Fig. 40

Annexe : réactance homopolaire des transformateurs

Groupement		Schéma unifilaire équivalent	Valeur de la réactance homopolaire du transformateur, vue	
Primaire	Secondaire		des bornes primaires 1	des bornes secondaires 2
			Infinie	Infinie
			Infinie	Infinie
			F. L. : infinie F. F. : $X_{11} = 10$ à 15 fois X_{cc}	F. L. : infinie F. F. : infinie
			$X_{12} = X_{cc}$	$X_{12} = X_{cc}$
			Infinie	Infinie
			$X_{12} = X_{cc}$	Infinie
			Infinie	Infinie
			Infinie	$X_{22} = 1\%$ de S_n
			F. L. : infinie F. F. : $X_{11} = 10$ à 15 fois X_{cc}	F. L. : infinie F. F. : infinie

Nota :
 F.L. : flux libre
 F.F. : flux forcé

Groupement			Schéma unifilaire équivalent	Valeur de la réactance homopolaire du transformateur, vue		
Primaire	Secondaire	Tertiaire		des bornes primaires 1	des bornes secondaires 2	des bornes tertiaires 3
				Infinie	$X_{22} = 1\% \text{ de } X_n$	
				F. L. : infinie F. F. : $X_{11} = 10 \text{ à } 15 \text{ fois } X_{cc}$	F. L. : $X_{22} = 1\% \text{ de } X_n$ F. F. : $X_{22} = 1\% \text{ de } X_n$	
				Infinie	Infinie	
				F. L. : infinie F. F. : $X_{11} = 10 \text{ à } 15 \text{ fois } X_{cc}$	Infinie	Infinie
				$X_1 + \frac{(X_2 + X_{02})(X_3 + X_{03})}{X_2 + X_{02} + X_3 + X_{03}}$	$X_3 + \frac{(X_1 + X_{01})(X_2 + X_{02})}{X_1 + X_{01} + X_2 + X_{02}}$	$X_2 + \frac{(X_1 + X_{01})(X_3 + X_{03})}{X_1 + X_{01} + X_3 + X_{03}}$
				$X_1 + \frac{X_2 X_3}{X_2 + X_3}$	Infinie	Infinie
				$X_1 + \frac{X_2(X_3 + X_{03})}{X_2 + X_3 + X_{03}}$	Infinie	$X_3 + \frac{X_2(X_1 + X_{01})}{X_1 + X_2 + X_{01}}$
				$X_1 + X_2 = X_{12}$	Infinie	$X_{33} = 1\% \text{ de } X_n$

Nota :
F.L. : flux libre
F.F. : flux forcé

Schneider Electric

Direction Scientifique et Technique,
Service Communication Technique
F-38050 Grenoble cedex 9
Télécopie : 33 (0)4 76 57 98 60
E-mail : fr-tech-com@schneider-electric.com

Réalisation : SEDOC Meylan.
Edition : Schneider Electric

* *Construire le nouveau monde de l'électricité*

06-05